

INTERFEROMETRE DE FABRY-PEROT

I.	NOTIONS FONDAMENTALES	78
A.	PRINCIPE.....	78
B.	EXPRESSION DE LA DIFFERENCE DE PHASE	79
C.	EXPRESSION DE L'INTENSITE	79
D.	NOTION D'ORDRE D'INTERFERENCE	80
E.	RAYON DES ANNEAUX	81
F.	NOTION D'INTERVALLE SPECTRAL LIBRE (ISL)	82
G.	CHEVAUCHEMENT D'ORDRE.....	83
H.	NOTION DE FINESSE	84
II.	PARTIE EXPERIMENTALE : DISPOSITIF ET MESURES.....	85
A.	DISPOSITIF EXPERIMENTAL.....	85
B.	REGLAGE DE L'INTERFEROMETRE / OBTENTION DU DIAGRAMME D'INTERFERENCES.	86
C.	MESURE DE LA DISTANCE ENTRE LES MIROIRS.....	87
D.	MESURE D'UN INTERVALLE « PETIT » DE LONGUEUR D'ONDE	88

I. NOTIONS FONDAMENTALES

A. PRINCIPE

L'interféromètre de Fabry-Pérot est un appareil qui permet d'obtenir des interférences entre un grand nombre de rayons lumineux provenant d'un même rayon incident. On parle d'*interféromètre à ondes multiples*.

Le principe repose sur *la division d'amplitude* de l'onde incidente. Cette division est réalisée à l'aide de réflexions multiples obtenues sur deux miroirs parallèles, partiellement réfléchissants. Comme le montre la figure 1, pour une m^{me} incidence $-i$, les rayons issus de l'interféromètre ressortent parallèles et interfèrent donc à l'infini. On parle d'*interférences localisées à l'infini* (voir TP Cohérence). Pour les observer il est possible de les projeter dans le plan focal image d'une lentille (objectif).

Compte tenu de la géométrie du système interférentiel et si un grand nombre d'angles d'incidence $[i]$ sont délivrés par la source de lumière, la figure d'interférence est formée et caractérisée par des anneaux.

Notations :

- On appellera i l'angle d'incidence de l'onde
 A l'amplitude de l'onde incidente
 e la distance entre les deux miroirs (ou épaisseur de la lame d'air)
 φ le déphasage entre deux rayons émergents successifs
 δ la différence de marche entre deux rayons émergents successifs
 f la distance focale de l'objectif permettant l'observation des interférences
 r le rayon des anneaux dans le plan focal de l'objectif

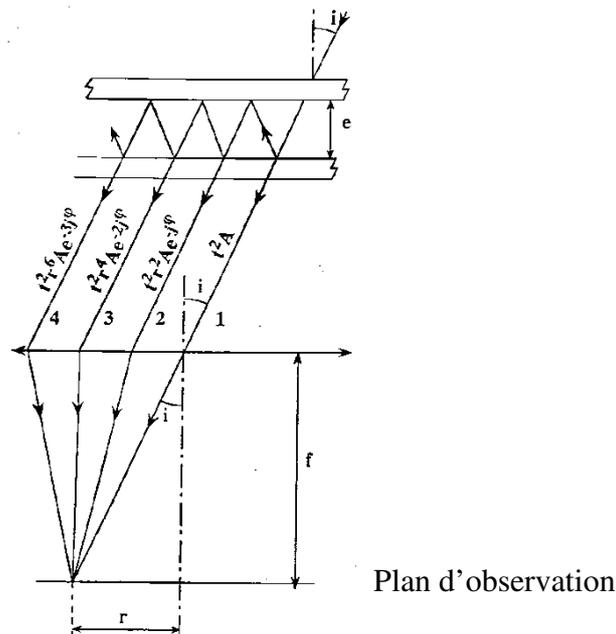


Figure 1

B. EXPRESSION DE LA DIFFERENCE DE PHASE

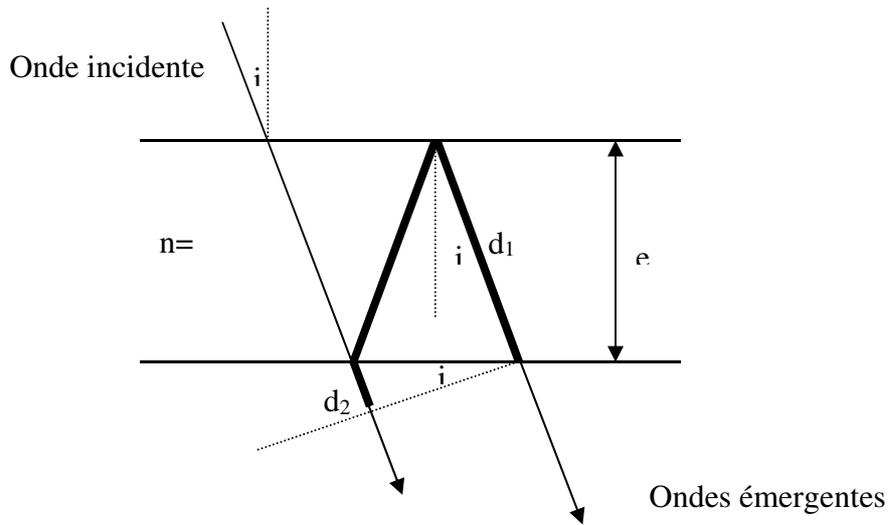


Figure 2

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta \text{ avec } \delta = 2nd_1 - d_2 .$$

Ici il s'agit d'une lame d'air donc $n=1$ et $\delta = 2d_1 - d_2$

Avec $d_1 = \frac{e}{\cos(i)}$ et $d_2 = 2d_1 \sin^2(i)$, on a $\delta = 2d_1(1 - \sin^2(i)) = 2d_1 \cos^2(i)$

D'où $\delta = 2e \cos(i)$ et $\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} e \cos i$

C. EXPRESSION DE L'INTENSITE

L'amplitude résultante est :

$$A = A_0 t^2 (1 + r^2 e^{-j\varphi} + (r^2 e^{-j\varphi})^2 + \dots) = A_0 t^2 \left(\frac{1}{1 - r^2 e^{-j\varphi}} \right)$$

avec r et t les coefficients de réflexion et de transmission. $R=r^2$ et $T=t^2$.

$$A = A_0 T \left(\frac{1}{1 - R e^{-j\varphi}} \right)$$

$$I = AA^* = I_0 T^2 \left(\frac{1}{1 + R^2 - 2R \cos(\varphi)} \right)$$

Avec $\cos(\varphi) = 1 - 2\sin^2(\varphi/2)$
 $I = AA^* = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$
 fonction d'Airy

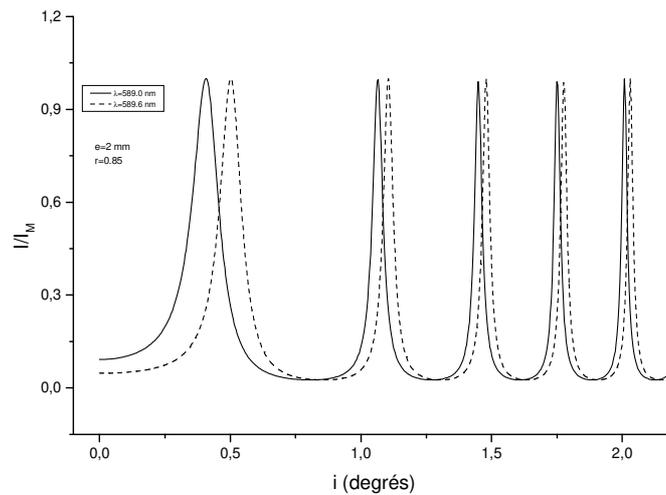


Figure 3 : Représentation de la fonction d’Airy en fonction de l’angle d’incidence pour deux longueurs d’onde différentes.

D. NOTION D’ORDRE D’INTERFERENCE

On a un maximum d’intensité lumineuse pour $\varphi = 2\pi p_k$ p_k étant un nombre entier.

Cette condition est alors réalisée pour des angles particuliers i_k tels que :

$$\frac{2\pi}{\lambda} \delta_k = 2\pi p_k \text{ ou encore } \boxed{p_k = \frac{\delta_k}{\lambda} = \frac{2e \cos(i_k)}{\lambda}}. \quad p_k \text{ est appelé ordre d'interférence.}$$

Le diagramme d’interférences est donc constitué d’anneaux concentriques intenses et très fins.

Ordre d’interférences au centre du diagramme : $i=0$, $\varphi_0 = \frac{4\pi}{\lambda} e$ d’où $p_0 = \frac{\delta_0}{\lambda} = \frac{2e}{\lambda}$

REMARQUE : pour une valeur quelconque de e , p_0 n’est pas forcément un entier, on aura un maximum d’intensité au centre que pour certaines valeurs de e seulement.

Lorsqu’on s’éloigne du centre du diagramme, c’est-à-dire lorsque l’angle d’incidence i augmente, on atteint le premier anneau brillant pour un angle i_1 tel que p_1 soit un entier.

On définit alors la quantité ε (positive) appelée excédent fractionnaire et telle que $p_1 = p_0 - \varepsilon$.

On remarquera que l’ordre d’interférence diminue lorsqu’on s’éloigne du centre

On a les relations suivantes pour des ordres entiers : $p_{k+1} = p_k - 1$ et $p_k = p_0 - \varepsilon - (k-1)$

E. RAYON DES ANNEAUX

Les interférences étant localisées à l'infini, il faut utiliser une lentille de focale f pour observer les anneaux dans son plan focal (plan d'observation – voir figure 1)

On a $\tan(i_k) = \frac{r_k}{f}$. i_k étant très faible, on peut faire l'approximation $i_k \approx \frac{r_k}{f}$.

$$\left. \begin{aligned} p_k &= \frac{2e}{\lambda} - \varepsilon - (k-1) \\ p_k &\approx \frac{2e}{\lambda} \left(1 - \frac{i_k^2}{2}\right) \end{aligned} \right\} \frac{2e}{\lambda} \frac{i_k^2}{2} = \varepsilon + k - 1$$

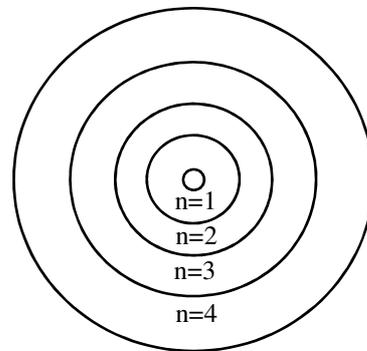
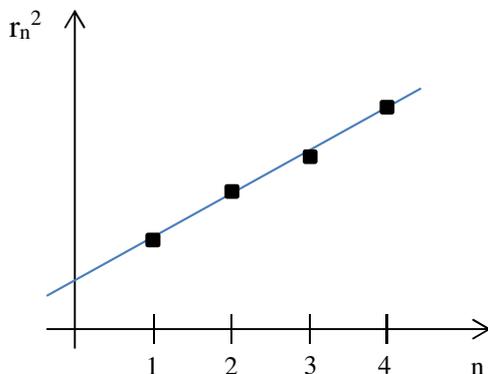
D'où

$$r_k^2 = \frac{\lambda}{e} f^2 (\varepsilon + k - 1)$$

Cette expression peut se réécrire, pour chaque couple de valeur (r_k, k) :

$$r_k^2 = \frac{\lambda}{e} f^2 (k - 1) + \frac{\lambda}{e} f^2 \varepsilon$$

Où k est un entier inconnu, fixé dès lors que l'épaisseur e est fixée. On pose ensuite $(k-1) = n$ où n est un entier qui repère les anneaux en partant du centre ($n = 1, 2, 3, \dots$). Il est possible ainsi de représenter l'évolution du carré du diamètre des anneaux successifs par le graphe ci-dessous.



La pente de la droite obtenue permet alors de déterminer l'épaisseur e de la lame d'air (distance entre les miroirs).

On remarquera aussi d'après les expressions précédentes que : $r_{k+1}^2 - r_k^2 = \frac{\lambda}{e} f^2$

F. NOTION D'INTERVALLE SPECTRAL LIBRE (ISL)

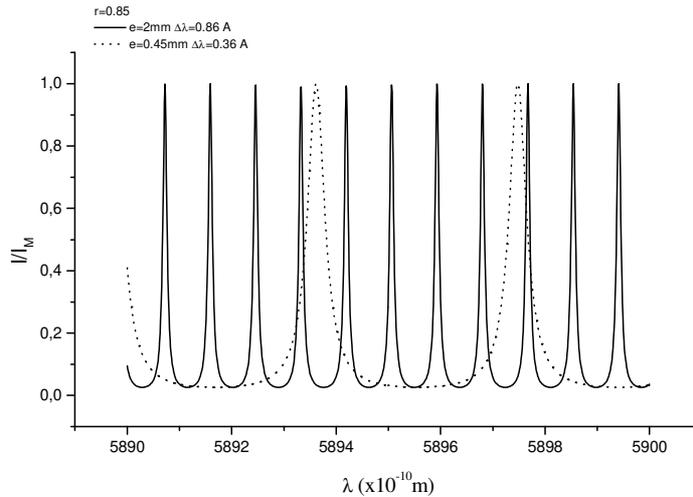


Figure 4 : Intensité en fonction de la longueur d'onde. Intervalle spectral libre.

L'intensité est représentée sur la figure 4 pour deux épaisseurs différentes de l'interféromètre. Elle représente l'intensité que l'on verrait au centre si l'on faisait varier la longueur d'onde de la source. Certaines longueurs d'onde sont visibles (sont transmises par le Fabry-Pérot) d'autres ne sont pas transmises. L'intervalle de longueurs d'onde non transmises par l'interféromètre, c'est-à-dire l'intervalle de longueurs d'onde compris entre deux maximum s'appelle l'intervalle spectral libre (ISL). Il dépend de la distance entre les deux miroirs.

En particulier si l'on veut réaliser un filtre interférentiel, il faudra utiliser une distance entre miroir très petite de façon à ne laisser passer qu'une seule longueur d'onde dans une large gamme spectrale.

Pour calculer l'ISL il faut considérer qu'entre deux maxima d'intensité, l'ordre d'interférence a varié de 1. L'ordre d'interférence au centre est :

$$p = \frac{2e}{\lambda}$$

$$\Delta p = \frac{2e}{\lambda^2} \Delta \lambda$$

Avec $\Delta p=1$, on a

$$\boxed{\text{ISL} = \Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{2e}}$$

G. CHEVAUCHEMENT D'ORDRE

Pour parler de chevauchement d'ordre, il faut considérer une source polychromatique. Chaque longueur d'onde de la source va créer son propre système d'interférence donc son propre système d'anneaux. Les phénomènes sont en général compliqués, il peut se produire des effets de brouillage. Prenons ici par exemple le cas de la lampe à vapeur de sodium qui possède un doublet dans le jaune. Dans ce cas simple, où le domaine spectral est constitué de deux raies fines et peu décalées, on observera toujours deux systèmes d'anneaux.

Supposons que l'on regarde au centre la naissance (=l'apparition) des anneaux lorsque l'on fait varier l'épaisseur de l'interféromètre. Supposons que l'interféromètre est réglé de telle façon que l'on ait un maximum d'interférence au centre. La variation d'épaisseur Δe nécessaire pour obtenir un nouveau maximum d'interférence est :

$$\Delta e = \frac{\lambda}{2}$$

A chaque variation de e égale à $\lambda/2$, on fait apparaître un nouvel anneau. Les valeurs Δe pour λ_1 et λ_2 étant différentes, il existe des valeurs de e pour lesquelles les anneaux vont naître en même temps. A cette position particulière de l'épaisseur, il se produit un chevauchement d'ordre. Cela signifie concrètement que si, en faisant varier l'épaisseur de l'interféromètre d'une certaine valeur, on a fait apparaître k anneaux pour λ_1 on en a fait apparaître $k+1$ pour λ_2 . On parle parfois de « vitesse de défilement » des anneaux. Cette vitesse dépend de la longueur d'onde.

Pour ces valeurs particulières de e , les deux systèmes d'anneaux sont superposés. Ces valeurs s'obtiennent en écrivant que l'ordre d'interférence doit être, au centre, un entier pour les deux longueurs d'onde considérées. On en déduit :

$$p_0^{\lambda_1} = p_0^{\lambda_2} + k$$

où k est un entier : c'est le chevauchement d'ordre.

$$\frac{2e}{\lambda_1} = \frac{2e}{\lambda_2} + k$$

soit

$$e_{\text{sup}} = k \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

De même on détermine les valeurs de e pour lesquelles les anneaux sont exactement intercalés :

$$e_{\text{int}} = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

Relation avec l'ISL

Si le domaine de longueur d'onde de la source $\Delta\lambda_{\text{source}} = \lambda_2 - \lambda_1$ est supérieur à l'ISL alors il y a chevauchement d'ordre.

En effet il ya chevauchement d'ordre dès que $k > 1$ c'est à dire $\frac{2e\Delta\lambda_{\text{source}}}{\lambda_1\lambda_2} > 1$ ou encore

$$\Delta\lambda_{\text{source}} > \frac{\lambda^2}{2e} \text{ soit } \Delta\lambda_{\text{source}} > \Delta\lambda$$

H. NOTION DE FINESSE

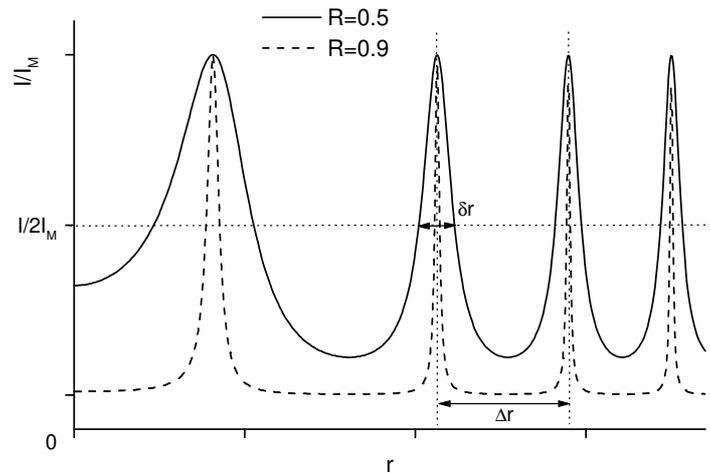


Figure 5 : Intensité en fonction de l'abscisse radiale r .

δr est la largeur à mi-hauteur

Δr est la distance entre deux anneaux.

La grandeur $N = \frac{\Delta r}{\delta r}$ reste constante pour une raie monochromatique, tant que l'épaisseur e est

faible. N caractérise la finesse des anneaux. On peut montrer que $N = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$. N augmente donc avec R .

A δr on peut faire correspondre une largeur spectrale fictive $\delta\lambda$.

A Δr correspond l'ISL $\Delta\lambda$.

Lorsque e augmente, $\Delta\lambda$ diminue ainsi que $\delta\lambda = \Delta\lambda / N$.

Soit $d\lambda$ la largeur spectrale réelle de la raie.

Si $\delta\lambda$ devient inférieure à $d\lambda$ alors la raie est résolue. Il est possible de déterminer la structure fine de la raie. Le profil de la raie occupe une partie croissante de l'ISL à mesure que e augmente et devient exactement égale à l'ISL quand $d\lambda = \Delta\lambda = \lambda^2 / 2e$.

Pour résoudre la structure fine d'une raie, il faut obtenir une distance entre les deux miroirs la plus grande possible de façon à diminuer $\delta\lambda$.

Dans notre cas, compte tenu des valeurs assez faible de e , on reste dans le cas où $\delta\lambda > d\lambda$. La grandeur expérimentale mesurable est donc $\delta\lambda$ qui représente en fait une limite supérieure de la largeur spectrale réelle de la raie.

II. PARTIE EXPERIMENTALE : DISPOSITIF ET MESURES

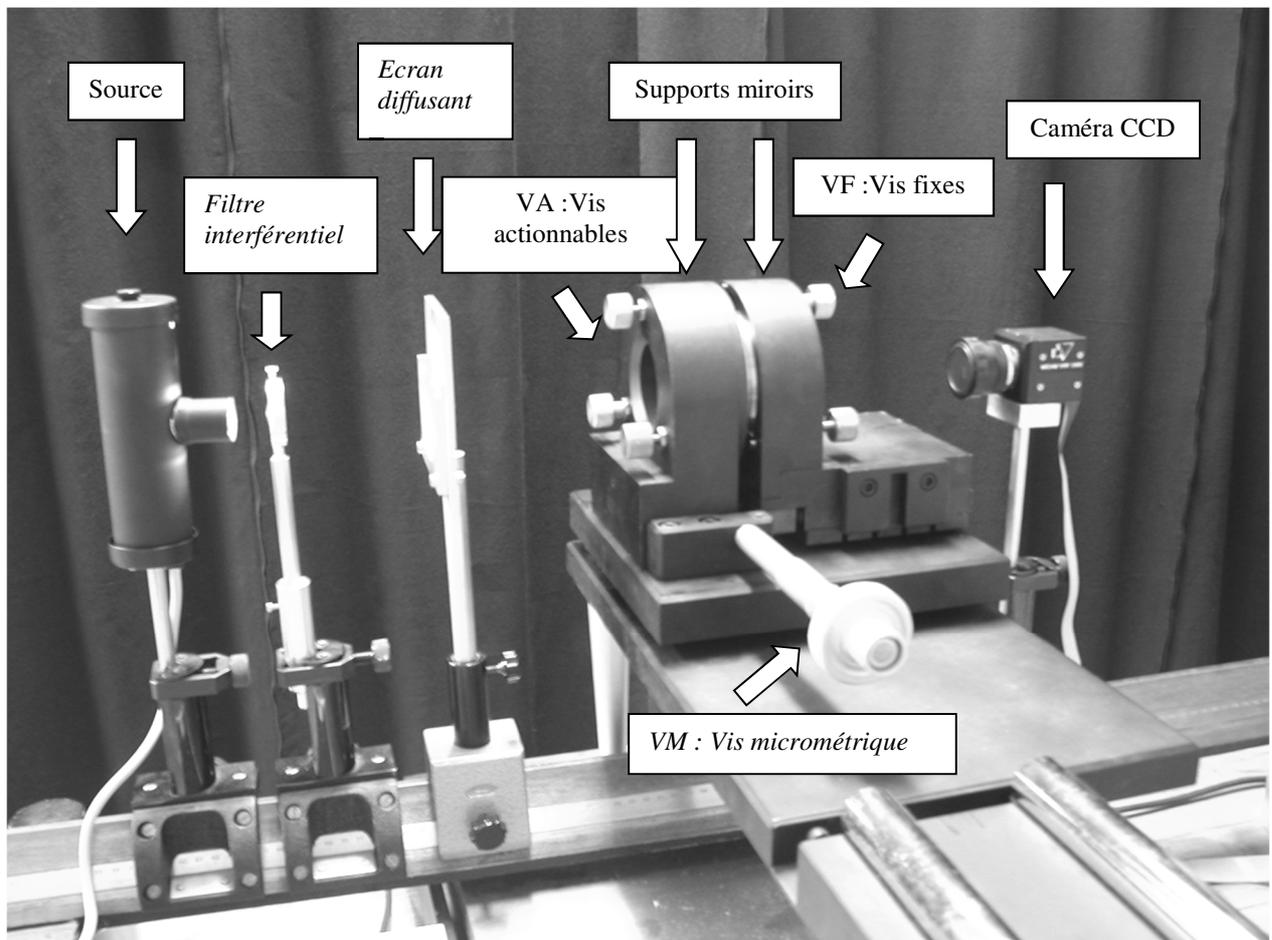
A. DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Vous disposez de :

- Un interféromètre de marque SOPRA
- Une lampe à vapeur de mercure
- Un filtre interférentiel pour la raie verte du mercure
- Une lampe à vapeur de sodium
- Un écran diffusant
- Une caméra CCD munie d'un objectif (lentille) de focale $f' = +16 \text{ mm}$. La taille réelle de l'image prise par la caméra est de (4,8 mm x 3,6 mm) soit une **diagonale de 5,952 mm**.
- Un PC connecté en USB à la caméra.

$$\lambda_{\text{vert-Hg}} = 546,1 \text{ nm.}$$

$$\bar{\lambda}_{\text{jaune-Na}} = 589,3 \text{ nm}$$



B. REGLAGE DE L'INTERFEROMETRE / OBTENTION DU DIAGRAMME D'INTERFERENCES.

Dans cette partie on éclairera l'interféromètre avec la lampe à vapeur de mercure dont on sélectionne la raie verte grâce à une filtre interférentiel : $\lambda = 546,1 \text{ nm}$. On souhaite obtenir la figure d'interférences constituée d'anneaux concentriques fins et réguliers.

ATTENTION : avant tout réglage, consultez les instructions présentes sur le dispositif !

1. Choisir une épaisseur e à l'aide de la vis micrométrique VM.
2. Réglez l'interféromètre afin de rendre les miroirs parfaitement parallèles.

Chaque miroir est monté sur un support équipé de trois vis. Les vis situées de chaque côté sont similaires et *vous ne pouvez/devez actionner que les vis situées du côté source*. Elles permettent un réglage très fin de l'orientation du miroir. Les vis situées côté caméra ne doivent pas être dérèglées (Vis Fixes). En cas de problème/d'erreur, faire appel à l'enseignant.

Le *réglage* se fait *en trois étapes* :

1. Sans le calque et avec le filtre vert, regarder la source à travers les miroirs et agir sur les vis côté source (*on remarque qu'une des trois vis est fixe*) jusqu'à superposition de toutes les images de cette source. On doit apercevoir alors des franges courbes superposées à l'image de la source.
2. Disposer alors l'écran diffusant (calque) entre la source et l'interféromètre (*et accommoder votre œil à l'infini*). Les franges courbes sont en fait des anneaux décentrés qu'il convient de centrer en agissant délicatement sur les vis.
3. Lorsque les anneaux paraissent centrés, déplacer l'œil latéralement, suivant un diamètre du miroir, verticalement et horizontalement : on voit alors (en général) défiler les anneaux (qui rentrent ou qui sortent par le centre de la figure). Ce défilement est dû à un défaut de parallélisme des miroirs suivant la direction considérée.

QUESTION : estimez l'écart de parallélisme (c'est-à-dire la différence d'épaisseur de la lame d'air entre les miroirs) si exactement un anneau apparaît ou disparaît au centre.

Agir alors très délicatement sur les vis (VA) afin de minimiser le nombre d'anneaux qui défilent lorsque vous déplacez votre œil parallèlement aux miroirs dans la direction des vis. Idéalement la figure d'interférences doit être absolument stable. Les miroirs sont alors rigoureusement parallèles.

CONSEIL : Pendant l'opération de réglage, évitez de toucher la table de travail et vérifiez le parallélisme des miroirs (voir ci-dessus) sans toucher l'interféromètre !

Le réglage de l'interféromètre étant effectué, placer la caméra CCD pour observer les anneaux sur l'écran de l'ordinateur. On utilisera le logiciel [IC Capture]. Prendre le temps de lire la procédure détaillée dans le document déposé sur la table.

C. MESURE DE LA DISTANCE ENTRE LES MIROIRS

La distance e entre les deux miroirs, appelée épaisseur de la lame d'air, peut être modifiée en utilisant la vis micrométrique précise à $10\mu\text{m}$.

IMPORTANT : pour la vis micrométrique, on restera dans l'intervalle [45mm-65mm]

Pour l'épaisseur choisie précédemment pour le réglage de l'interféromètre, noter la valeur de la position de la vis micrométrique. Cette valeur notée l_{vis} ne correspond pas à l'épaisseur réelle de la lame d'air. Il existe simplement une relation linéaire entre l'indication de la vis micrométrique et l'épaisseur réelle :

$$e = V_{\text{étalon}} \cdot l_{\text{vis}} + e_0$$

L'épaisseur réelle doit être déterminée à partir du diagramme d'interférences obtenu.

Utilisez le logiciel recommandé pour faire l'acquisition du diagramme d'interférences puis ouvrir le fichier obtenu dans le logiciel de traitement d'images. Ce logiciel permet alors de repérer et mesurer le diamètre des anneaux.

(Voir tutoriel fourni sur la table d'expérience).

Prendre soin de calibrer au préalable l'outil de mesure afin d'obtenir en mm la valeur des diamètres des anneaux sur le capteur CCD correspondant au plan d'observation.

A partir des valeurs obtenues, tracez sur un tableur $r_n^2 = f(n)$. Observez qu'il s'agit bien d'une droite d'équation $[y = ax + b]$ et déterminer l'épaisseur de la lame d'air (e) à partir de la valeur $[a]$ de la pente de la droite obtenue par une régression linéaire.

Vous noterez alors le résultat : $e_1 =$ mm pour $l_{\text{vis}1} =$ mm

Recommencer l'opération pour une autre position de la vis micrométrique (suffisamment différente de la première) et notez :

$e_2 =$ mm pour $e_{\text{vis}2} =$ mm

Étalonnez alors la vis micrométrique c'est-à-dire déterminez la constante $V_{\text{étalon}}$ telle que :

$$V_{\text{étalon}} = \frac{\Delta e}{\Delta l_{\text{vis}}}$$

Pour les deux épaisseurs, on déterminera :

- les valeurs de l'ordre d'interférence au centre,
- ainsi que celle de l'intervalle spectral libre,

$$p_0 = \frac{2e}{\lambda}$$

$$\Delta\lambda(\text{ISL}) = \frac{\lambda^2}{2e}$$

D. MESURE D'UN INTERVALLE « PETIT » DE LONGUEUR D'ONDE

Dans cette partie, on utilisera la lampe à vapeur de sodium. L'objectif est de déterminer avec précision la largeur du doublet jaune $\Delta\lambda$. On donne la valeur moyenne $\bar{\lambda}_{\text{jaune-Na}} = 589,3 \text{ nm}$.

- Placer la lampe à vapeur de sodium et retirer le filtre interférentiel vert-Hg.
- Vérifier le parallélisme des miroirs.
- Observer et comprendre l'évolution des anneaux lorsque l'on fait varier l'épaisseur e de la lame d'air.
- Repérez les positions (l_{vis}) de la vis (VM) pour lesquelles les anneaux sont soit superposés soit « parfaitement » intercalés. Déterminez la longueur parcourue par la vis (VM) entre deux positions superposées, Δl_{sup} , et celle entre deux positions intercalées, Δl_{int} .
- Grâce à l'étalonnage précédent, $V_{\text{étalon}}$, en déduire la variation de distance, Δe , entre les miroirs pour passer d'une superposition à la suivante.
- A l'aide des expressions théoriques des positions superposées et intercalées, calculer $\Delta\lambda$.
- En déduire λ_1 et λ_2 .
- Pour chaque position où les anneaux sont superposés, donner la valeur du chevauchement d'ordre Δp .
- Calculer en dessous de quelle épaisseur il n'y a pas de chevauchement d'ordre.