Thermodynamique : Diffusion

Rappel : $k_B = \dfrac{R}{\mathcal{N}_A} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J.K^{-1}$

Relations importantes :

$P_{th} = j_{th} \cdot S$ (avec P_{th} en W, j_{th} en $W.m^{-2}$, S en m^2)

P_{th} = puissance thermique (ou ϕ) S = surface.
j_{th} = densité de flux thermique

$\underbrace{T_A - T_B}_{K} = R_{th}\, P_{th}$ (avec R_{th} en $K.W^{-1}$, P_{th} en W)

T_A = température du milieu chaud R_{th} = résistance thermi[que]
T_B = ——————————— froid P_{th} = puissance thermique

$R_{th} = \dfrac{e}{\lambda . S}$

e : épaisseur de la couche (m^{+1})
λ : conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
S : surface (m^2)

Loi de Fourier : (loi phénoménologique = déduite de l'expérience)

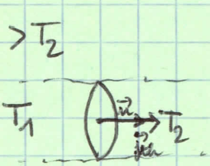
$\overrightarrow{j_{th}} = -\lambda\, \overrightarrow{grad}\, T$ Signe − car échange de chaleur irréversible → $2^{ème}$ principe

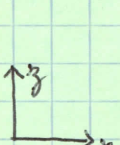
Analogie avec : - Loi d'Ohm locale : $\overrightarrow{j_{é\ell}} = -\gamma\, \overrightarrow{grad}\, U$

- Loi de Fick : $\vec{j} = -D\, \overrightarrow{grad}\, c$

Ordres de grandeur de λ : métaux ~ $100\ W.K^{-1}.m^{-1}$
verre ~ $1\ W.K^{-1}.m^{-1}$
gaz ~ $10^{-2}\ W.K^{-1}.m^{-1}$

Formalisme : $T_1 > T_2$





$\vec{j}_{th}$ orienté du chaud vers le froid comme la normale à la surface $\vec{n}$.

⇒ $P_{th} > 0$ et $j_{th} > 0$.

Établissement des équations de conservation et de diffusion de l'énergie thermique.

- Utilisation du premier principe appliqué à une tranche de fluide d'épaisseur dx.

$$dU = U(x, t+dt) - U(x,t) = \delta Q + \delta W$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\left(j_Q(x,t) - j_Q(x+dx,t)\right)}_{-\frac{\partial j_Q}{\partial x}dx} S\,dt = \underbrace{\rho S dx}_{m_{tranche}}\; c \underbrace{\left(T(x,t+dt) - T(x,t)\right)}_{\frac{\partial T}{\partial t}dt}$$

D'où $\rho c \dfrac{\partial T}{\partial t} = -\dfrac{\partial j_Q}{\partial x} \Rightarrow \boxed{\operatorname{div}\vec{j_Q} + \rho c \dfrac{\partial T}{\partial t} = 0.}$ Équation de conservation

Pour passer à l'équation de diffusion thermique $\Rightarrow$ loi de Fourier sur $\vec{j_Q}$.

D'où : $\dfrac{\partial j_Q}{\partial x} = -\lambda \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Rightarrow \boxed{\dfrac{\partial T}{\partial t} = \dfrac{\lambda}{\rho c}\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}}$ Equation de diffusion thermique

↳ D_{th} : coeff de diffusion thermique.

Transferts thermiques :

Convection : déplacement macroscopique de la matière (mouvement d'ensemble des molécules)
→ valable pour solide/liq/gaz.

Conduction : ∅ déplacement de la matière (macroscopique), mais dû à l'agita° thermiq
Collisions entre particules
→ fluides : anisotropie de la fonction de distribu° des vitesses
→ solides : transfert grâce aux e^- de conduction + phonons.

Rayonnement : absorption par la matière de photons issus d'un rayonnement électromagnétique.